Lorenz-96 モデルを用いた 4D-LETKF の時間方向局所化

今井　稀温

京都大学理学部気象学研究室

February 10, 2021

導入

- 私は 2020 年 9 月に開催されたデータ同化オンライン合宿に参加した時にデータ同化の勉強を始め、10 月から京都大学理学部の MACS SG1 の活動として現在までデータ同化の勉強をしてきた。
- 今まで、EtKF、EnKF、LETKF、4D-EnKF、4D-LETKF、Particle-Filter などを実装したのだが、初めて 4D-EnKF を実装した時に観測とシミュレーションの誤差評価を時間方向に対してすべて等価としていることに疑問を抱いた。
- そこで、4D-LETKF に対して時間方向に局所化することで同化精度がどのように影響を受けるのかを Lorenz-96 モデルを対象に吟味してみた。
- 本研究では、訳あって、普通とは違う変わったデータ同化をしました。興味深い考察が得られたのでご意見よろしくお願いします。

4D-LETKF

本研究では Harlim and Hunt(2007) **を参考にして** 4D-LETKF **を実装した。**

$$\boldsymbol{x}_n^{a(i)} = \bar{\boldsymbol{x}}_n^a + \boldsymbol{X}_n^b \boldsymbol{W}^{a(i)}$$

$$\bar{\boldsymbol{x}}_n^a = \bar{\boldsymbol{x}}_n^b + \boldsymbol{X}_n^b \tilde{\boldsymbol{P}}^a \left\{ \sum_{l=1}^{n} (\boldsymbol{Y}_l^b)^T \boldsymbol{R}_l^{-1} [\boldsymbol{y}_l^o - H_l(\bar{\boldsymbol{x}}_n^b)] \right\}$$

$$\boldsymbol{W}^{a(i)} = [(k-1)\tilde{\boldsymbol{P}}^a]^{\frac{1}{2}}$$

$$\tilde{\boldsymbol{P}}^a = \left[(k-1)\boldsymbol{I} + \sum_{l=1}^{n} (\boldsymbol{Y}_l^b)^T \boldsymbol{R}_l^{-1} \boldsymbol{Y}_l^b \right]$$

$$\boldsymbol{X}_l^b = \boldsymbol{x}_l^b - \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} \boldsymbol{x}_l^{b(i)}, \qquad \boldsymbol{Y}_l^b = H_l(\boldsymbol{X}_n^b)$$

実験設定

本研究で共通する実験設定

- 40 変数の Lorenz-96 モデル、アンサンブルメンバー数は 24

$$\frac{dx_i}{dt} = (x_{i+1} - x_{i-2})x_{i-1} - x_i + F$$

- 観測点数は 30 点で 6 時間おきにランダムに取得している。
- 空間方向の局所化には局所化半径 2 の Gaspari-Cohn を用いた R-loc を導入している。また、時間方向も同様に R-loc を適応している。
- メンバーの初期値はアトラクター上からランダムに取得している。
- 同化計算は 4 年分行っており、最初の 1 年分を捨てた 3 年分で RMSE を求めて、精度の評価を行った。
- 時間発展には古典的 4 次 Runge-Kutta 法を用いた。

Inflation のかけ方

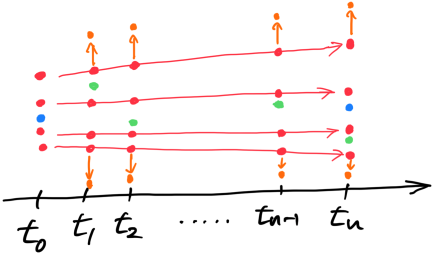


Figure: **一般的なインフレーション**

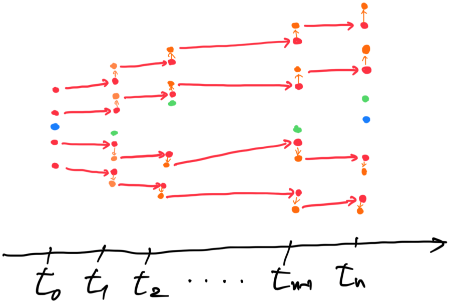


Figure: **本研究のインフレーション**

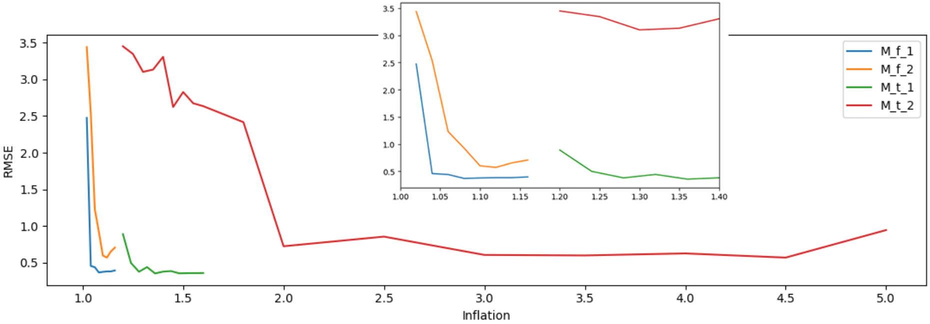
- 解析値
- 観測値
- アンサンブルメンバー
- インフレーション

時間方向局所化

- インフレーションはメンバー変数の擾乱成分を α 倍した。$\alpha \boldsymbol{X}_l^b$
- 間違ったインフレーションのかけ方を施した手法 (M_f) と一般的なインフレーションのかけ方をした手法 (M_t) のどちらも実装しているが、時間方向局所化の実験を M_f で行ってしまった。
- 今後説明する M_f の実験と数回分の M_t の実験より、M_f ではおよそ $\alpha = 1.1$、M_t では $\alpha = 1.1$ よりも大きい時に最適となることが分かっている。
- M_f の α が M_t の α より小さいことと実際の同化精度が悪くはないことを踏まえると、M_f を用いたことによってアンサンブルメンバーのスプレッドが大きくなり過ぎて同化精度が落ちるという影響はそこまで効いてはないと考えられる。
- M_f を用いた手法は広い意味での時間局所化をしていると考えられ、むしろ、非線形なモデルを用いる時には M_f を用いるのもありなのではないかと考えました。
- 本研究では M_f のような手法による時間方向局所化を「陰的」な時間局所化と呼び、従来の時間局所化を「陽的」な時間局所化と呼ぶことにします。

陽的な時間局所化をしていない時の Inflation-RMSE 関係

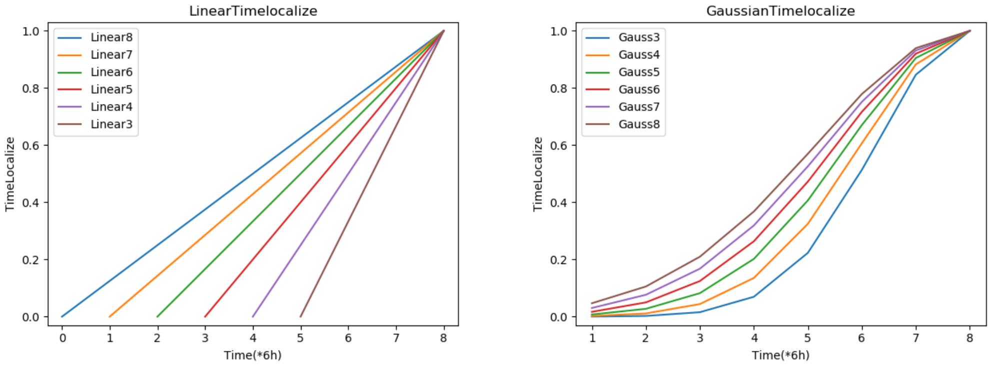
陽的な時間局所化をせず、純粋に M_t と M_f の比較を行った。



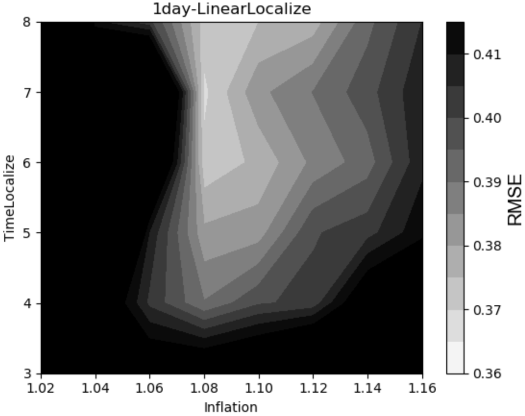
実験設定

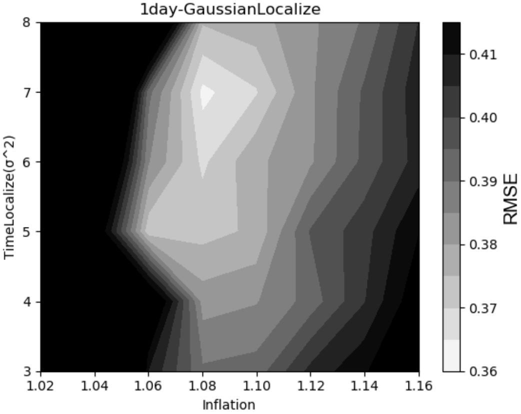
M_f に対して以下のような設定で陽的な時間局所化を施した。

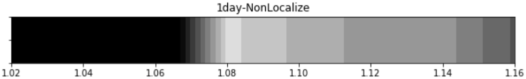
- 時間方向に線形な局所化と Gaussian 状 ($e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$) の局所化をする。



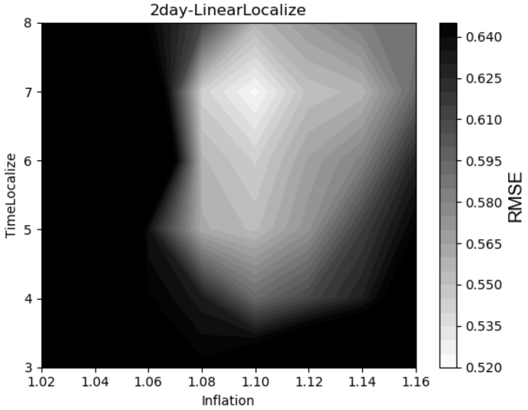
1day Localize

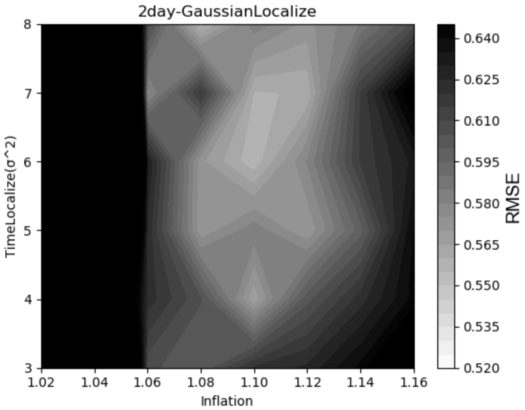


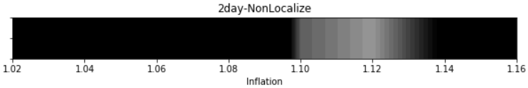




2day Localize







まとめ

- M_f に対して陽的な時間局所化を行った。時間局所化はある程度効果があると考えられ、特に同化ウィンドウを長くすると非線形性が強くなるので、局所化による精度向上が見込まれる。

M_t と M_f の利点と欠点

	利点	欠点
M_t	時間局所化と Inflation を別々に与えることができるため評価しやすい。理論を理解しやすい。	同化ウィンドウの長さによって観測点数が大きく変わるため、Inflation の最適値の推定が難しい
M_f	Inflation 時の観測点数は大きくは変化しないため、最適 Inflation 値の推定が簡単。	時間局所化と Inflation が同時になされるため、手法の比較や精度の評価が 難しい。

目的によっては M_f を使うのもありなのではないか？と思われる　考察結果が得られた。